

باسمه تعالی

تاریخ: ۹۷/۱۰/۱۵

نام و نام خانوادگی:

اداره آموزش و پرورش ناحیه / شهرستان

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

شماره کلاس:

موسسه فرهنگی و آموزشی امام حسین علیه السلام

ساعت شروع: ۸ صبح

پایه دهم: تجربی / ریاضی

امتحان درس ریاضی (۱) نیمسال اول (دی ماه ۹۷)

تعداد صفحه: ۲ صفحه

سوال	سوالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (هر قسمت ۰/۲۵ نمره)</p> <p>الف) $3a - 1$ یک عامل $27a^3 + 1$ می باشد.</p> <p>ب) هر عدد حقیقی، دو ریشه چهارم دارد.</p> <p>ج) در الگوی خطی، اختلاف دو جمله متوالی ثابت است.</p> <p>د) برای هر عدد طبیعی $n (n \geq 2)$ داریم: $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$</p> <p>ه) یک دنباله می تواند هم حسابی باشد و هم هندسی.</p> <p>و) زاویه ای وجود ندارد که سینوس آن $\frac{2}{3}$ و کسینوس آن $\frac{1}{3}$ باشد.</p>	۱/۵
۲	<p>در هر یک از موارد زیر گزینه صحیح را انتخاب کنید. (هر قسمت ۰/۵ نمره)</p> <p>الف) $\sqrt[3]{250}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ (۱) ۳ و ۴ (۲) ۴ و ۵ (۳) ۵ و ۶ (۴) ۶ و ۷</p> <p>ب) اگر $\sin \alpha \times \cos \alpha > 0$ باشد، α در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟ (۱) اول و دوم (۲) دوم و سوم (۳) اول و سوم (۴) دوم و چهارم</p> <p>ج) کدام گزینه صحیح است؟ (۱) $\sin 35 < \cos 35$ (۲) $\tan 20 > \tan 40$ (۳) $\tan 65 < \cot 65$ (۴) $\sin 75 \cdot \cos 75 > 1/4$</p> <p>د) در دنباله $a_n = \frac{2}{3}n + 4$ جمله چندم ۱۴ است؟ (۱) جمله نهم (۲) جمله دوازدهم (۳) جمله پانزدهم (۴) جمله هجدهم</p> <p>ه) اگر A یک مجموعه متناهی و B یک مجموعه نامتناهی باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر متناهی است؟ $(A \cup B)$ و $A - B$ و $A \cap B$ و $B - A$ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴</p>	۲/۵
۳	<p>اگر $A = \{x \in \mathbb{R} -2 \leq x < 3\}$, $B = (-5, 1]$, $C = \{x \in \mathbb{R} x < 2\}$ و R مجموعه مرجع باشد، حاصل $(A - B) \cap C'$ را بصورت بازه بنویسید.</p>	۱
۴	<p>در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر عضو المپیاد ریاضی و ۱۱ نفر عضو المپیاد شیمی هستند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان عضو هیچ المپیاد نباشند، مشخص کنید چند نفر فقط عضو یک المپیاد هستند؟</p>	۱
۵	<p>در یک دنباله حسابی جمله یازدهم، بیست و یک و واحد بیشتر از جمله چهارم است. اگر جمله هشتم دنباله ۱۷ باشد. جمله دهم را بیابید.</p>	۱

۱	بین اعداد ۳ و ۴۸ سه واسطه هندسی مثبت درج نمایید.	۶
۱	حاصل عبارت $\cos^2 45 - 2 \sin 30 + 3 \tan 45$ را بدست آورید.	۷
۱	اگر $180 < \alpha < 270$ و $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه α را بیابید.	۸
۱	معادله خطی را بنویسید که زاویه آن با جهت مثبت محور طولها 45° و محور طولها را در نقطه ای بطول ۵ قطع کند.	۹
۱	درستی تساوی روبرو را ثابت کنید. $(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha)(1 - \sin \alpha) = \cos \alpha$	۱۰
۱	در هر مورد علامت ($< = >$) مناسب بگذارید. الف) $\sqrt[3]{-2} \circ \sqrt[3]{-5}$ ب) $\sqrt{\frac{1}{5}} \circ \sqrt{\frac{1}{6}}$ ج) $(\frac{1}{2})^5 \circ (\frac{1}{2})^3$ د) $\sqrt{0.10001} \circ 0.1$	۱۱
۱	حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید و تا حد امکان ساده کنید. الف) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt{8} =$ ب) $\sqrt[2]{5} \sqrt{5}$	۱۲
۱	به کمک اتحادها حاصل عبارت روبرو را بدست آورید. $(x-1)(x+1)(x^4+x^2+1) =$	۱۳
۱	کسر رو برو را ساده کنید. $\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y} =$	۱۴
۱	مخرج کسر روبرو را گویا کنید. $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}} =$	۱۵
۲	معادلات روبرو را به روشهای خواسته شده حل کنید. الف) $x^2 - 4x + 5 = 0$ (روش مربع کامل) ب) $-2x^2 + x + 1 = 0$ (روش فرمولهای کلی)	۱۶
۱	اختلاف سنی دو برادر ۴ سال است. اگر ۴ سال دیگر حاصل ضرب سن آنها ۶۰ شود، سن هر کدام چقدر است؟	۱۷
« موقت و پپروز باهید »		

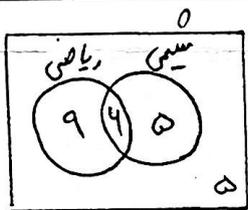
پارتنہ . ریاضی 1

1 الف) غ (ب) غ (ج) ص (د) غ (ه) ص (و) ص (حرفتہ ۰۲۵)

2 الف) نرنیہ مجاہد (ب) نرنیہ ستم (ج) نرنیہ اول (د) نرنیہ ستم (ه) نرنیہ دوم (حرفتہ ۰۱۵)

$A = [-2, 3], B = (-5, 1], C = (-\infty, 2)$

$A - B = (1, 3), C' = [2, +\infty), (A - B) \cap C' = [2, 3)$



$n(A \cup B) = 25 - 5 = 20$ (مجموعہ کے اعداد)

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$20 = 15 + 11 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 4$ (مجموعہ کے اعداد)

$n(A - B) + n(B - A) = 9 + 5 = 14$ (مجموعہ کے اعداد)

$a_{11} - a_4 = 21 \rightarrow d = \frac{a_{11} - a_4}{11 - 4} = \frac{21}{7} = 3$, $a_8 = a_1 + 7d \Rightarrow 17 = a_1 + 21$

$a_{10} = a_1 + 9d \rightarrow a_{10} = (-4) + 9(3) = 23$

$\frac{48}{3} = r^{3+1} \rightarrow 14 = r^4 \rightarrow r = \pm 2$ (چون رابطہ ہے تبھی مسئلہ)

3, 4, 12, 24, 48

$3 \tan 45^\circ - 2 \sin 30^\circ + \cos^2 45^\circ = 3(1) - 2(\frac{1}{2}) + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2$
 $= 3 - 1 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$\tan \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow \cot \alpha = \frac{3}{4}$

$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$ (موجب) $\rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\sin \alpha}{-\frac{3}{5}} \rightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{5}$

$m = \tan 45^\circ = 1$, محوروں پر لائن کے اظہار کا تقویٰ کیا

$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 0 = 1(x - 5) \rightarrow y = x - 5$

$(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha)(1 - \sin \alpha) = (\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha})(1 - \sin \alpha) = \frac{(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}{\cos \alpha}$

$= \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = \cos \alpha$

$$\sqrt[4]{10001} = 0.1 \text{ (د)} \quad \left(\frac{1}{4}\right) < \left(\frac{1}{3}\right)^3 \text{ (ج)} \quad \sqrt{\frac{1}{5}} > \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ (ب)} \quad \sqrt[3]{-2} > \sqrt[3]{-5} \text{ (الف)}$$

(هرست ۲۵. مغز)

$$\text{الف)} \quad \sqrt[3]{4} \times \sqrt{8} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{13}{6}} = \sqrt[6]{2^{13}} = 4\sqrt[6]{2}$$

(۱۲) (۵. مغز)

$$\text{ب)} \quad \sqrt[3]{5}\sqrt{5} = \sqrt[4]{5 \times 5} = \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5}$$

(۵. مغز)

$$(x-1)(x+1)(x^2+x^2+1) = (x^2-1)(x^2+x^2+1) = x^4 - 1$$

(۱۳) (مغز)

$$\frac{y^3 - y - 14y}{8y^2 + 14y} = \frac{y(y^2 - y - 14)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^2 - 4)(y^2 + 3)}{8y(y+2)} = \frac{y(y-2)(y+2)(y^2+3)}{8y(y+2)}$$

$$= \frac{(y-2)(y^2+3)}{8}$$

(۱۴) (مغز)

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \times \frac{\sqrt{x^4} - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^4} - \sqrt{x^2+1}} = \frac{\sqrt{x^4} - \sqrt{x^2+1}}{x^2+1}$$

(۱۵) (مغز)

$$\text{الف)} \quad x^2 - 4x + 5 = 0 \xrightarrow{\text{روش جمع کامل}} x^2 - 4x = -5 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = -5 + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = -1$$

(۱۶) (مغز)

$$\text{ب)} \quad -2x^2 + x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{روش فرمولی}} \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases} \quad \Delta = b^2 - 4ac = 1 + 24 = 25 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{-4} = \begin{cases} \frac{-1+5}{-4} = -1 \\ \frac{-1-5}{-4} = \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

(مغز)

$$x - y = 4$$

$$(x+4)(y+4) = 4 \xrightarrow{\text{جایگزینی}} (y+8)(y+4) = 4 \rightarrow y^2 + 12y + 32 = 4$$

$$\Rightarrow y^2 + 12y - 28 = 0 \rightarrow (y+14)(y-2) = 0$$

غیر قابل قبول $y+14=0 \rightarrow y=-14$

قابل قبول $y-2=0 \rightarrow y=2$ و $x=6$

(۱۷) (مغز)

«موتن دینیز با تشکر»